OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

FAZA LOCALĂ

Botoșani, 22.02.2015

Clasa a VII-a

Barem de notare

Subiectul I.

a) Presupunem că y≠0.Atunci relația din enunț este echivalentă cu $\frac{x}{y}=\frac{\sqrt{6}}{2}$,fals.....1p

Rezultă că y=0,deci si x=0.....1p

b) Relația din enunț devine $|a+1|\cdot\sqrt{2}-2\sqrt{2}=|b+1|\cdot\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{2}$.....1p

Echivalent cu $(|a+1|-3)\cdot\sqrt{2}=(|b+1|-1)\cdot\sqrt{3}$.....1p

Conform a), rezultă $|a+1|-3=0$ și $|b+1|-1=0$..... 2p

Obținem perechile (2;0),(-4;0),(2;-2),(-4;-2).....1p

Subiectul II.

a) $\frac{1}{n}-\frac{1}{n+k}=\frac{n+k-n}{n(n+k)}=\frac{k}{n(n+k)},\forall n,k\in\mathbb{N}$.....2p

b) $a=\frac{1}{2\cdot3}+\frac{2}{3\cdot5}+\frac{3}{5\cdot8}+\frac{4}{8\cdot12}+\frac{5}{12\cdot17}+\frac{6}{17\cdot23}+\frac{7}{23\cdot30}=\cdots=\frac{1}{2}-\frac{1}{30}=\frac{7}{15}$..... 1p

$b=3+8+13+\cdots+10018=3+(5\cdot1+3)+(5\cdot2+3)+\cdots+(5\cdot2003+3)=$.....1p

=3 ·2004 + 5 · (1+2+3+…+2003) = 1002 · 1001..... 1p

$15\cdot a+\frac{b}{1002}=10028$..... 1p

$\left[\sqrt{15\cdot a+\frac{b}{1002}}\right]=100$.....1p

Subiectul III.

a) Fie P mijlocul segmentului [BD].....1p

[MP] linie mijlocie in $\Delta ABD \Rightarrow MP||AD \; și \; MP = \frac{AD}{2}$.....1p

Demonstratia ca [ED] linie mijlocie in ΔNMP.....1p

Concluzie, E mijlocul lui [MN].....1p

b) P mijlocul lui [BD]$\Rightarrow PD = \frac{BD}{2}$.....1p

BD=DC și D mijlocul lui [PN](conform a).....1p

Concluzia.....1p

Subiectul IV.

Se prelungeşte $[CB]$ cu segmentul $[BT] \equiv [DF], B \in (TE)$ ..... (1p)

$\Delta ADF \equiv \Delta ABT \Rightarrow \sphericalangle TAB \equiv \sphericalangle DAF \Rightarrow m(TAE) = m(\sphericalangle TAB) + m(\sphericalangle BAE) = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ ..... (1p)

$\Delta TAE \equiv \Delta FAE \Rightarrow A_{TAE} = A_{FAE} \; si \; A_{TAE} = A_{ABT} + A_{ABE} = A_{ADF} + A_{ABE} \Rightarrow A_{FAE} = A_{ADF} + A_{ABE}$ ..... (2p)

$A_{ABEFD} = 2A_{AEF}$ ..... (1p)

$A_{AEF} = (A_{ABCD} - A_{CFE}) : 2 = (25 - 3) : 2 = 11 \text{ cm}^2$ ..... (2p)